

**Московский областной научно-исследовательский клинический институт  
(МОНИКИ) им. М.Ф.Владимирского**

**УДК 535.362, 616.71**

**Лапитан Д.Г.**

**Модель доплеровского рассеяния с переменным  
кровенаполнением в лазерной доплеровской флоуметрии**

**П Р Е П Р И Н Т**

**публикации в журнале**

**«Биомедицинская радиоэлектроника» №1, 2017. – с.3-13.**

**Москва, 2017**

## Аннотация

В работе изучается эффект амплитудной модуляции интенсивности обратно рассеянного от ткани оптического излучения, вызванный флуктуациями объемного кровенаполнения ткани, применительно к методу Лазерной Доплеровской Флоуметрии (ЛДФ). Была построена модель доплеровского рассеяния света, учитывающая данный эффект. Показано, что отношение вклада амплитудно-модулированного сигнала в спектр к вкладу доплеровского сигнала пропорционально квадрату глубины модуляции объемного кровенаполнения ткани. Показано, что амплитудно-модулированный сигнал может вносить весомый вклад в выходной перфузионный сигнал, регистрируемый в ЛДФ. Построенная в работе модель позволяет моделировать доплеровский сигнал как в присутствии, так и в отсутствии эффекта амплитудной модуляции уровня объемного кровенаполнения ткани и для разных оптических свойств среды распространения излучения.

## Введение

Лазерная доплеровская флоуметрия (ЛДФ) в современной медицине позволяет неинвазивно исследовать систему микроциркуляции крови [1]. В ЛДФ регистрируется суммарный оптический сигнал, обратно рассеянный как от движущихся эритроцитов крови с доплеровским сдвигом частоты, так и от неподвижных неоднородностей внутри биоткани (опорный сигнал) на исходной частоте освещающего излучения [2, 3]. Суммируясь на фотоприемнике, эти два сигнала образуют низкочастотные биения, регистрация и обработка которых позволяют получать важную информацию о потоке крови в микрососудах. Эта базовая теория основана на феноменологической модели, в которой моменты спектральной плотности мощности переменного фототока нулевого и первого порядка, возникающего за счет биений, используются для вычисления медико-биологических величин, соответствующих потоку и концентрации эритроцитов. Однако, несмотря на свою 30-летнюю историю, многие аспекты образования входного сигнала в ЛДФ до сих пор не изучены.

Базовая модель [3] была построена с большим числом допущений и упрощений, таких как малая концентрация эритроцитов в исследуемом диагностическом объеме, изотропное по углу освещение сосудов ткани и т.д. Одним из таких грубых допущений является стационарная амплитуда опорного пучка, рассеянного на неподвижных неоднородностях внутри клеточной биоткани. Но на практике наблюдаются флуктуации мощности обратно рассеянного опорного потока, и потока, рассеянного на эритроцитах, поскольку биологический объект является живой изменчивой системой и малейшие изменения его оптических свойств, например, за счет действия различных ритмических процессов, участвующих в механизмах регуляции микрогемодинамики, отражаются на уровне регистрируемого сигнала. То есть имеет место амплитудная модуляция интенсивности

падающего на фотоприемник светового потока, которая будет передаваться и дальше по тракту обработки сигнала и, в конечном счете, будет влиять на определяемое значение перфузии [4, 5, 6]. Суммарная амплитуда обратно рассеянного потока сильно и нелинейно зависит от уровня кровенаполнения тестируемой ткани, что было показано в работах [7, 8]. В [9] было показано, что мощность амплитудно-модулированной компоненты может быть одного порядка, а в некоторых случаях даже больше мощности полезного доплеровского сигнала, создавая шум во входном сигнале прибора. Это приводит иногда к *неверной трактовке результатов с медицинской точки зрения*, когда единая амплитудная модуляция сигналов в каналах ЛДФ и оптической оксиметрии трактуется как синхронизация ритмов [10]. На сегодняшний день в существующих методах и моделях обработки сигнала в ЛДФ данный эффект амплитудной модуляции мощности излучения не учитывается [11, 12]. Целью данной работы является разработка теоретической модели формирования выходного сигнала ЛДФ, учитывающей переменное кровенаполнение ткани и, соответственно, амплитудную модуляцию мощности, а также оценка их влияния на амплитудно-частотные параметры регистрируемого сигнала в ЛДФ.

## **Модель доплеровского рассеяния с переменной интенсивностью обратно рассеянного потока**

### *а) Оценка интенсивностей опорного и доплеровского потоков.*

Представим исходное, падающее на ткань оптическое поле  $E_0$  в виде (рис. 1):

$$E_0(t) = A_0 e^{-i\omega_0 t}, \quad (1)$$

где  $A_0$  – амплитуда падающего поля,  $\omega_0$  – его круговая частота,  $t$  – время. Запишем рассеянное от неподвижных структур ткани опорное поле  $E_S$  в виде:

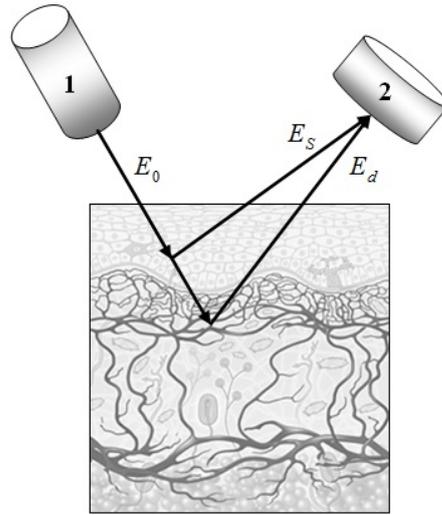
$$E_S(t) = A_S e^{-i\omega_0 t}, \quad (2)$$

где  $A_S$  – амплитуда опорного поля  $E_S$ , а обратно рассеянное от ткани и претерпевшее доплеровский сдвиг частоты поле  $E_d$  как:

$$E_d(t) = A_d e^{-i(\omega_0 + \omega_d)t}, \quad (3)$$

где  $A_d$  – амплитуда обратно рассеянного от движущихся эритроцитов и других форменных элементов крови поля,  $\omega_d$  – доплеровский сдвиг частоты. Амплитуда  $A_d$  зависит от уровня объемного кровенаполнения ткани  $C_b$ :  $A_d = f(C_b)$ , а доплеровский сдвиг частоты  $\omega_d$  зависит от скорости эритроцитов  $V$ :  $\omega_d = f(V)$ .  $C_b$  является своеобразным интегральным параметром, характеризующим как объем циркулирующей в зоне обследования смешанной крови, так и

степень раскрытия поверхностных капилляров [13]. Для целей поставленной задачи он рассматривается как относительная фракция крови в ткани ( $C_b = 0...1$  отн. ед.).



**Рис. 1.** Схематичное изображение оптических полей, рассеянных в ткани от неподвижных и подвижных структур. 1 – источник лазерного излучения, 2 – фотодетектор.

Таким образом, суммарное обратно рассеянное поле  $E_{BS}$ , падающее на поверхность фотодетектора, в любой его точке может быть выражено как:

$$E_{BS}(t) = E_s(t) + E_d(t) = A_s e^{-i\omega_0 t} + A_d e^{-i(\omega_0 + \omega_d)t} \quad (4)$$

Представим суммарную интенсивность светового потока, падающего на поверхность фотодетектора, в виде:

$$I_{BS} = I_s + I_d, \quad (5)$$

где  $I_s$  – интенсивность опорного потока, не претерпевшего доплеровский сдвиг, и  $I_d$  – интенсивность потока, рассеянного на движущихся эритроцитах крови и претерпевшего доплеровский сдвиг частоты. Считаем, что интенсивности опорного и доплеровского потоков связаны с соответствующими напряженностями оптических полей как [14]:

$$I_s \sim |E_s(t)|^2 = A_s^2, \quad I_d \sim |E_d(t)|^2 = A_d^2, \quad (6)$$

откуда:

$$A_s = \sqrt{I_s}, \quad A_d = \sqrt{I_d}. \quad (7)$$

Таким образом, для поиска  $E_{BS}(t)$  необходима аналитическая оценка интенсивностей опорного и доплеровского потоков. Для данной оценки хорошим и простым инструментом является модель Кубелки-Мунка, позволяющая определять интенсивности световых потоков на границах мутной среды. Воспользуемся модифицированной моделью Кубелки-Мунка [15] для нахождения интенсивностей  $I_s$  и  $I_d$ . Представим исследуемую биоткань в виде одного

полубесконечного слоя мутной среды, наполненной кровью. Запишем коэффициент поглощения  $\mu_a$  и коэффициент рассеяния  $\mu_\rho$  (средняя плотность рассеивающих неоднородностей) такого слоя в виде сумм [13]:

$$\begin{aligned}\mu_a &= \mu_{at} + \mu_{ab} C_b \\ \mu_\rho &= \mu_{\rho t} + \mu_{\rho b} C_b,\end{aligned}\quad (8)$$

где  $\mu_{at}$  и  $\mu_{ab}$  – коэффициенты поглощения обескровленной ткани и крови,  $\mu_{\rho t}$  и  $\mu_{\rho b}$  – средние плотности рассеивающих неоднородностей обескровленной ткани и крови соответственно. Считаем, что в общем случае объем фракции крови в тестируемой ткани много меньше объема ткани, поэтому уменьшение объема ткани с ростом  $C_b$  не происходит. Запишем выражение для мощности обратно рассеянного потока для одного слоя полубесконечной мутной среды в приближении однократного рассеяния в виде [16]:

$$I_{BS} = \frac{I_0 R \cdot \exp(-\mu_a / \mu_\rho)}{1 - (1 - R) \cdot \exp(-2\mu_a / \mu_\rho)} \quad (9)$$

где  $R$  – коэффициент отражения Френеля на границе неоднородностей внутри среды. Поскольку  $C_b < 1$  и  $|\mu_a / \mu_\rho| \ll 1$ , то используя (8), можем разложить выражение (9) в ряд Тейлора по  $C_b$ , ограничившись первыми двумя членами. После всех преобразований получим:

$$I_{BS} = Y \left[ 1 + Z \left( \frac{\mu_{at} \mu_{\rho b}}{\mu_{\rho t}^2} - \frac{\mu_{ab}}{\mu_{\rho t}} \right) C_b \right], \quad (10)$$

где введены обозначения:

$$Y = \frac{I_0 R \cdot \exp(-\mu_{at} / \mu_{\rho t})}{1 - (1 - R) \cdot \exp(-2\mu_{at} / \mu_{\rho t})}, \quad Z = \frac{1 + (1 - R) \cdot \exp(-2\mu_{at} / \mu_{\rho t})}{1 - (1 - R) \cdot \exp(-2\mu_{at} / \mu_{\rho t})}. \quad (11)$$

Определим  $I_S$  как интенсивность суммарного потока при отсутствии рассеяния света на эритроцитах, т.е. считая, что эритроциты как рассеиватели не присутствуют в среде:

$$I_S = I_{BS}(\mu_{\rho b} = 0) = Y \left[ 1 + Z \left( -\frac{\mu_{ab}}{\mu_{\rho t}} \right) C_b \right]. \quad (12)$$

$I_d$  определим как разницу между полным и опорным потоком:

$$I_d = I_{BS}(\mu_{\rho b} \neq 0) - I_S = YZ \frac{\mu_{at} \mu_{\rho b}}{\mu_{\rho t}^2} C_b. \quad (13)$$

Обозначим  $K_S = Z \frac{\mu_{ab}}{\mu_{\rho t}}$  и  $K_d = YZ \frac{\mu_{at} \mu_{\rho b}}{\mu_{\rho t}^2}$  и перепишем интенсивности  $I_S$  и  $I_d$  в виде:

$$I_S = Y[1 - K_S C_b], \quad I_d = K_d C_b. \quad (14)$$

Введем в рассмотрение амплитудную модуляцию уровня объемного кровенаполнения ткани, вызванную флуктуациями объема крови в ткани за счет различных ритмических процессов в системе микроциркуляции, т.е. запишем:

$$C_b(t) = C_{b0}(1 + m_{cb}f(t)), \quad (15)$$

где  $C_{b0}$  – некое среднее значение объемного кровенаполнения ткани,  $m_{cb}$  – глубина модуляции уровня кровенаполнения,  $f(t)$  – некая действительная функция изменения уровня кровенаполнения, имеющая гауссову природу.

Подставим (15) в (14) и получим временные зависимости потоков  $I_S$  и  $I_d$ :

$$\begin{aligned} I_S(t) &= Y(1 - K_S C_{b0}) - YK_S C_{b0} m_{cb} f(t), \\ I_d(t) &= K_d C_{b0} + K_d C_{b0} m_{cb} f(t). \end{aligned} \quad (16)$$

Как видно, потоки  $I_S$  и  $I_d$  состоят из некоторой постоянной составляющей интенсивности и флуктуирующих в соответствии с изменениями объемного кровенаполнения компонент, которые находятся в противофазе. При этом амплитуда модуляции интенсивности опорного потока есть  $AM_S = YK_S C_{b0} m_{cb}$ , а доплеровского потока  $AM_d = K_d C_{b0} m_{cb}$ . Отношение амплитуды модуляции доплеровского потока к опорному потоку, как нетрудно убедиться, представляется следующим выражением:

$$\frac{AM_d}{AM_S} = \frac{\mu_{at}\mu_{pb}}{\mu_{ab}\mu_{pt}}. \quad (17)$$

б) спектральная плотность мощности фототока.

Учитывая (7), запишем оптическое поле, рассеянное от неподвижных рассеивателей:

$$E_S(t) = \sqrt{I_S(t)} e^{-i\omega_0 t} = \sqrt{Y(1 - K_S C_b)} e^{-i\omega_0 t}. \quad (18)$$

Так как  $K_S C_b \ll 1$ , то можем представить корень в (18) как  $\sqrt{Y}(1 - K_S C_b/2)$ . Подставим (15) в (18) и получим:

$$E_S(t) = \left[ \sqrt{Y} \left( 1 - \frac{K_S}{2} C_{b0} \right) - \sqrt{Y} \frac{K_S}{2} C_{b0} m_{cb} f(t) \right] e^{-i\omega_0 t}. \quad (19)$$

Перепишем  $E_S(t)$  в виде:

$$E_S(t) = [E_{S0} - m_S f(t)] e^{-i\omega_0 t}, \quad (20)$$

где  $E_{S0} = \sqrt{Y} \left( 1 - \frac{K_S}{2} C_{b0} \right)$  - постоянная амплитуда рассеянного от неподвижных рассеивателей оптического поля,  $m_S = \sqrt{Y} \frac{K_S}{2} C_{b0} m_{cb}$  - глубина модуляции этого поля.

В отличие от поля  $E_S(t)$ , амплитуда доплеровского поля  $E_d(t)$  изменяется как за счет движения эритроцитов, так и за счет изменения объемного кровенаполнения. Таким образом, с учетом (7), запишем оптическое поле, рассеянное от подвижных рассеивателей, в виде [17]:

$$E_d(t) = \sqrt{I_d(t)}v(t)e^{-i(\omega_0+\omega_d)t}, \quad (21)$$

где  $v(t)$  - некая действительная функция изменения амплитуды оптического поля, рассеянного на движущихся элементах, за счет их смещения. При этом  $I_d(t)$  и  $v(t)$  являются независимыми функциями. Пусть  $v(t)$  имеет также гауссову природу. Известно, что автокорреляционная функция для гауссова процесса спадает по экспоненте [18], таким образом, запишем автокорреляционную функцию для  $f(t)$  и  $v(t)$  в виде [19, 20]:

$$g_f(\tau) = \langle f(t)f(t+\tau) \rangle = e^{-\omega_\Omega\tau}, \quad g_v(\tau) = \langle v(t)v(t+\tau) \rangle = e^{-\omega_d\tau}, \quad (22)$$

где  $\omega_\Omega$  - полуширина спектрального представления функции  $f(t)$ ,  $\omega_d$  - полуширина спектрального представления функции  $v(t)$ ,  $\tau$  - временной сдвиг.

Подставим (16) в (21):

$$E_d(t) = \sqrt{K_d C_{b0}(1+m_{Cb}f(t))}v(t)e^{-i(\omega_0+\omega_d)t}. \quad (23)$$

Так как  $m_{Cb} \ll 1$ , то можем представить корень в (23) как  $\sqrt{K_d C_{b0}(1+m_{Cb}f(t)/2)}$ . Перепишем  $E_d(t)$  окончательно как:

$$E_d(t) = [E_{d0} + m_d f(t)]v(t)e^{-i(\omega_0+\omega_d)t}, \quad (24)$$

где  $E_{d0} = \sqrt{K_d C_{b0}}$  - постоянная амплитуда рассеянного от подвижных рассеивателей оптического поля,  $m_d = \sqrt{K_d C_{b0}} \frac{m_{Cb}}{2}$  - глубина модуляции этого поля.

Теперь можем записать суммарное обратно рассеянное поле  $E_{BS}(t)$ , падающее на фотодетектор, в виде:

$$E_{BS}(t) = [E_{S0} - m_S f(t)]e^{-i\omega_0 t} + [E_{d0} + m_d f(t)]v(t)e^{-i(\omega_0+\omega_d)t}. \quad (25)$$

Выходной ток фотодетектора определяется как [18]:

$$i(t) = \sigma E_{BS}^*(t)E_{BS}(t), \quad (26)$$

Где  $\sigma$  - коэффициент преобразования фотодетектора. Подставим (25) в (26) и найдем выражение для фототока:

$$i(t) = \sigma E_{S0}^2 - 2\sigma E_{S0}m_S f(t) + \sigma m_S^2 f^2(t) + \sigma E_{d0}^2 v^2(t) + 2\sigma E_{d0}m_d v^2(t)f(t) + \sigma m_d^2 f^2(t)v^2(t) + \sigma [E_{S0}E_{d0}v(t) - m_S E_{d0}f(t)v(t) + E_{S0}m_d f(t)v(t) - m_S m_d f^2(t)v(t)](e^{-i\omega_0 t} + e^{i\omega_0 t}). \quad (27)$$

Первое слагаемое в (27) представляют собой некое постоянное значение фототока. Второе и третье слагаемые представляет собой гармоники фототока с частотой модуляции. Четвертое и седьмое слагаемые есть гармоники фототока с частотой доплеровского сдвига.

Остальные слагаемые (пятое, шестое, восьмое, девятое и десятое) - это биения полезного доплеровского сигнала с амплитудно-модулированным сигналом. Считая, что  $f(t)$  и  $v(t)$  являются некоррелированными между собой случайными процессами, что  $\langle f(\tau) \rangle = 0$ , а также с учетом (22), автокорреляционная функция  $i(t)$  может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle i(0)i(\tau) \rangle = & \sigma^2 i_s^2 + 4\sigma^2 i_s m_s^2 g_f(\tau) + \sigma^2 i_d^2 g_v(\tau)^2 + 4\sigma^2 i_d m_d^2 g_v(\tau)^2 g_f(\tau) + \\ & + 2\sigma^2 \left[ i_s i_d + (m_s \sqrt{i_d} - \sqrt{i_s} m_d)^2 g_f(\tau) \right] g_v(\tau) (e^{-i\omega_d \tau} + e^{i\omega_d \tau}), \end{aligned} \quad (28)$$

где  $i_s = E_{s0}^2$  - фототок, образованный за счет рассеяния фотонов на неподвижных неоднородностях,  $i_d = E_{d0}^2$  - фототок, образованный за счет рассеяния фотонов на движущихся частицах крови. В классической модели ЛДФ [21] автокорреляционная функция фототока  $i(t)$  выражается в виде:

$$\langle i(0)i(\tau) \rangle = (i_s + \langle i_d \rangle)^2 + \sigma^2 \langle i_d \rangle^2 |g_v(\tau)|^2 + \sigma^2 i_s \langle i_d \rangle (e^{i\omega_0 \tau} g_v(\tau) + e^{-i\omega_0 \tau} g_v^*(\tau)), \quad (29)$$

где  $g_v^*(\tau)$  - комплексно сопряженная функция к  $g_v(\tau)$ . В отличие от представленной модели, в классической модели функция  $v(t)$  является комплексной. Автокорреляционная функция (29) представляет собой сумму трех компонент: постоянная часть =  $(i_s + \langle i_d \rangle)^2$ , гомодинная часть =  $\sigma^2 \langle i_d \rangle^2 |g_v(\tau)|^2$  и гетеродинная часть =  $\sigma^2 i_s \langle i_d \rangle (e^{i\omega_0 \tau} g_v(\tau) + e^{-i\omega_0 \tau} g_v^*(\tau))$ . По аналогии с классическим выражением (29) можем записать, применительно к полученному в данной работе выражению (28), что:

$$\begin{aligned} \text{постоянная часть} &= \sigma^2 i_s^2 + 4\sigma^2 i_s m_s^2 g_f(\tau) \\ \text{гомодинная часть} &= \sigma^2 i_d^2 g_v(\tau)^2 + 4\sigma^2 i_d m_d^2 g_v(\tau)^2 g_f(\tau) \\ \text{гетеродинная часть} &= 2\sigma^2 \left[ i_s i_d + (m_s \sqrt{i_d} - \sqrt{i_s} m_d)^2 g_f(\tau) \right] g_v(\tau) (e^{-i\omega_d \tau} + e^{i\omega_d \tau}). \end{aligned} \quad (30)$$

Видно, что выражение (28) представляет собой аналогичное выражение (29), к каждой компоненте которого добавилась амплитудно-модулированная компонента. При отсутствии амплитудной модуляции ( $g_f(\tau) = 0$ ) выражение (28), в общем виде, превращается в (29). Поскольку основной вклад в спектр фототока вносит гомодинная часть [22], пренебрежем гетеродинной частью в (28) и оценим спектральную плотность мощности фототока, которая по теореме Винера-Хинчина, может быть представлена как [14, 18]:

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega\tau} \langle i(0)i(\tau) \rangle d\tau. \quad (31)$$

Подставим (28) в (31) и после всех преобразований запишем:

$$P(\omega) = 4\sigma^2 i_s m_s^2 \frac{\omega_\Omega / \pi}{\omega^2 + \omega_\Omega^2} + \sigma^2 i_d^2 \frac{2\omega_d / \pi}{\omega^2 + (2\omega_d)^2} + 4\sigma^2 i_d m_d^2 \frac{(2\omega_d + \omega_\Omega) / \pi}{\omega^2 + (2\omega_d + \omega_\Omega)^2}. \quad (32)$$

Таким образом, спектральная плотность мощности фототока, помимо полезной доплеровской составляющей (второе слагаемое), включает в себя также низкочастотную компоненту амплитудно-модулированного сигнала (первое слагаемое), пропорциональную глубине модуляции опорного потока и компоненту биений амплитудно-модулированного сигнала с доплеровским сигналом (третье слагаемое), которая пропорциональна глубине модуляции доплеровского потока. Одним словом, можем записать, что:

$$P(\omega) = P_d(\omega) + P_{am}(\omega) + P_{am,d}(\omega), \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} P_d(\omega) &= \sigma^2 i_d^2 \frac{2\omega_d / \pi}{\omega^2 + (2\omega_d)^2}, \\ P_{am}(\omega) &= 4\sigma^2 i_s m_s^2 \frac{\omega_\Omega / \pi}{\omega^2 + \omega_\Omega^2}, \\ P_{am,d}(\omega) &= 4\sigma^2 i_d m_d^2 \frac{(2\omega_d + \omega_\Omega) / \pi}{\omega^2 + (2\omega_d + \omega_\Omega)^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

в) показатель перфузии.

Регистрируемый показатель перфузии в ЛДФ определяется первым моментом спектральной плотности мощности  $P(\omega)$  фототока [3]. Для этого, как правило, в приборах ЛДФ вычисляется сначала взвешенная по частоте спектральная плотность мощности, которая в нашем случае может быть записана в виде:

$$S(\omega) = \omega P(\omega) = \omega P_d(\omega) + \omega P_{am}(\omega) + \omega P_{am,d}(\omega). \quad (35)$$

И показатель перфузии определяется как интеграл от взвешенной по частоте спектральной плотности мощности [22]:

$$Perf = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega. \quad (36)$$

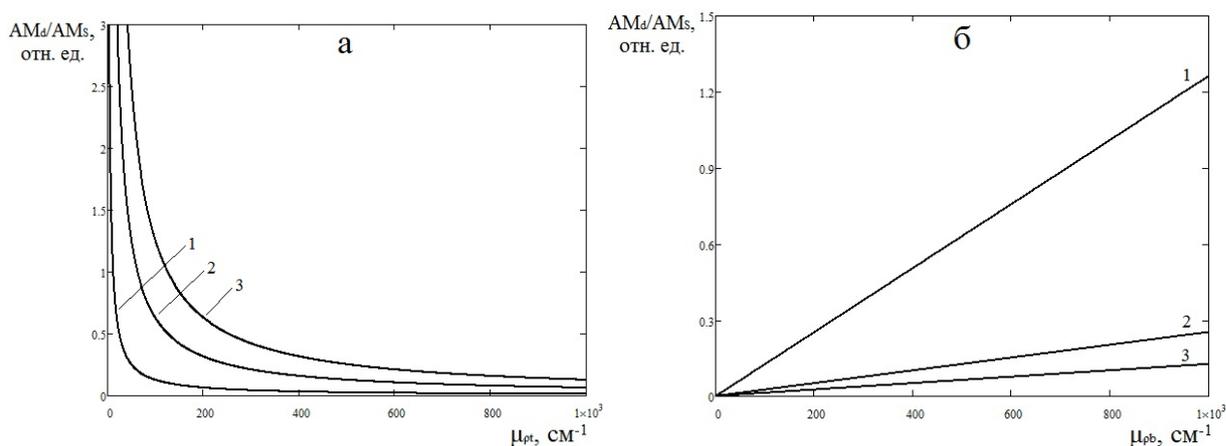
Подставим (35) в (36):

$$Perf = \int_0^{\infty} \omega P_d(\omega) d\omega + \int_0^{\infty} \omega P_{am}(\omega) d\omega + \int_0^{\infty} \omega P_{am,d}(\omega) d\omega = Perf_d + Perf_{am} + Perf_{am,d}. \quad (37)$$

Видно, что, как и спектральная плотность мощности, показатель перфузии также распадается на несколько компонент. Первая компонента в (37) определяется только полезным доплеровским сигналом, вторая амплитудно-модулированным сигналом, а третья биениями амплитудно-модулированного и доплеровского сигналов и зависит от глубины модуляции уровня кровенаполнения.

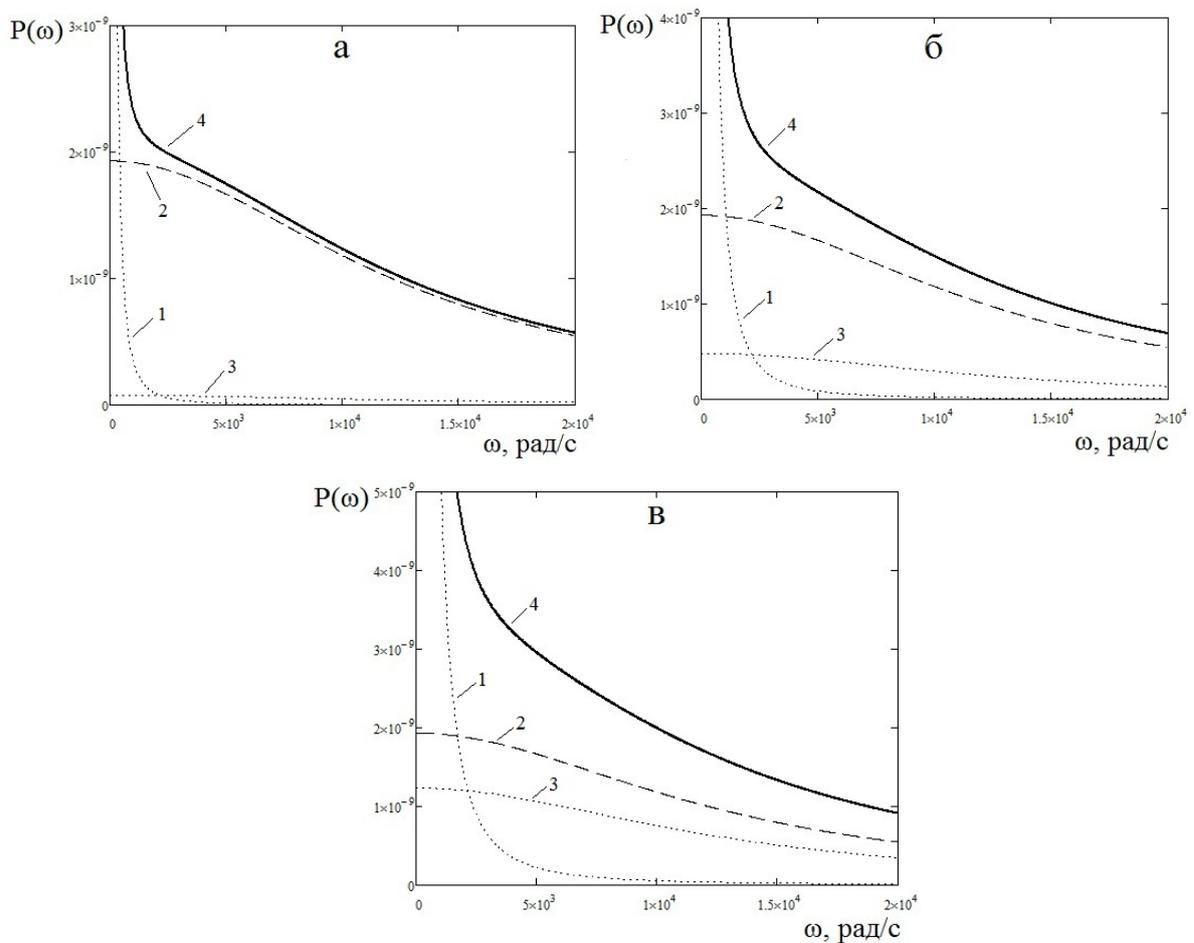
## Результаты теоретического моделирования и обсуждение

В качестве первого шага была определена зависимость отношения амплитуд модуляции доплеровского и опорного потоков  $AM_d/AM_s$ , определяемых выражением (17), от рассеивающих свойств среды, т.е. от  $\mu_{pt}$  и  $\mu_{pb}$ . На рис. 2а представлены зависимости  $AM_d/AM_s$  от  $\mu_{pt}$  для разных значений  $\mu_{pb}$  (100, 500, 1000  $\text{см}^{-1}$ ). На рис. 2б представлены зависимости  $AM_d/AM_s$  от  $\mu_{pb}$  для разных значений  $\mu_{pt}$  (100, 500, 1000  $\text{см}^{-1}$ ). Коэффициент поглощения ткани был взят из [23] как функция длины волны в виде  $\mu_{at} = 27\exp(-0,006\lambda)$ . Все расчеты были выполнены для  $\lambda = 800$  нм (район изобестической точки). Коэффициент поглощения крови был определен как  $\mu_{ab} = \mu_{aHbO_2}S_tO_2 + \mu_{aHb}(1 - S_tO_2)$ , где  $\mu_{aHbO_2}$  – коэффициент поглощения оксигемоглобина крови,  $\mu_{aHb}$  – коэффициент поглощения дезоксигемоглобина крови,  $S_tO_2$  [ $S_tO_2 = 0-1$ ; отн. ед.] – среднее значение тканевой сатурации оксигемоглобина [13] (далее в расчетах использовалось типовое значение для смешанной артерио-венозной крови  $S_tO_2 = 0,7$ ).



**Рис. 2.** Зависимость отношения  $AM_d/AM_s$  от плотности рассеивающих неоднородностей обескровленной ткани  $\mu_{pt}$  для разных значений плотности рассеивателей в крови  $\mu_{pb} = 100 \text{ см}^{-1}$  (1),  $500 \text{ см}^{-1}$  (2),  $1000 \text{ см}^{-1}$  (3) (а). Зависимость отношения  $AM_d/AM_s$  от  $\mu_{pb}$  для разных значений  $\mu_{pt} = 100 \text{ см}^{-1}$  (1),  $500 \text{ см}^{-1}$  (2),  $1000 \text{ см}^{-1}$  (3) (б).

Далее было проведено численное моделирование спектральной плотности мощности фототока  $P(\omega)$  в соответствии с (33, 34) в зависимости от глубины модуляции кровенаполнения  $m_{Cb}$ . При вычислениях полагалось, что  $I_0 = 1$ ,  $\sigma = 1$ ,  $C_{b0} = 0,1$ ,  $\omega_d = 2\pi \cdot 1000$  Гц,  $\omega_\Omega = 2\pi \cdot 1$  Гц. В моделировании были использованы значения плотности неоднородностей ткани и крови, близкие к типовым для кожи человека:  $\mu_{pt} = \mu_{pb} = 200 \text{ см}^{-1}$  [15]. Полученные графики представлены на рис. 3.



**Рис. 3.** Спектральная плотность мощности фототока: низкочастотная составляющая спектра  $P_{am}(\omega)$  (1), доплеровская составляющая  $P_d(\omega)$  (2), составляющая биений амплитудно-модулированного и доплеровского сигналов  $P_{am,d}(\omega)$  (3), суммарный спектр  $P(\omega)$  (4) для разных значений глубины модуляции уровня кровенаполнения  $m_{cb} = 0,2$  (а),  $0,5$  (б),  $0,8$  (в).

Как видно из рис. 3, амплитудно-модулированная компонента  $P_{am}(\omega)$  (кривая 1 на рис. 3) вносит вклад только в низкочастотную область спектра. Но составляющая биений амплитудно-модулированного и доплеровского сигналов  $P_{am,d}(\omega)$  (кривая 3 на рис. 3), возрастающая с увеличением  $m_{cb}$ , представлена на всем частотном диапазоне и накладывается, таким образом, на спектр полезного доплеровского сигнала  $P_d(\omega)$  (кривая 2 на рис. 3).

### Заключение

В работе была построена модель доплеровского рассеяния света, учитывающая эффект амплитудной модуляции уровня объемного кровенаполнения ткани, вызванной флуктуациями объема крови в ткани за счет различных ритмических процессов в системе микроциркуляции. При помощи модифицированной модели Кубелки-Мунка получены простые аналитические выражения для интенсивности обратно рассеянных от ткани опорного и доплеровского потоков в зависимости от уровня объемного кровенаполнения. Исследовано влияние глу-

бины модуляции кровенаполнения на глубину модуляции амплитуд опорного и доплеровского оптических полей. Получено аналитическое выражение для автокорреляционной функции фототока, которое отличается от классического выражения добавлением компонент, обусловленных амплитудной модуляцией кровенаполнения.

Получено аналитическое выражение для спектральной плотности мощности регистрируемого в ЛДФ фототока, которая представляет собой сумму трех компонент: амплитудно-модулированной, доплеровской и компоненту биений амплитудно-модулированного сигнала с доплеровским сигналом. Показано, что отношение вклада амплитудно-модулированного сигнала в спектр к вкладу доплеровского сигнала пропорционально квадрату глубины модуляции кровенаполнения ткани. При помощи численного моделирования исследовано влияние низкочастотного амплитудно-модулированного сигнала и на выходной перфузионный сигнал, регистрируемый в ЛДФ. Показано, что данный сигнал может вносить весомый вклад в выходной сигнал, что не учитывается в классической модели ЛДФ, а также в существующих приборах, ее реализующих. Таким образом, построенная в работе модель является более универсальной по сравнению с классической [17] и позволяет моделировать доплеровский сигнал как в присутствии, так и в отсутствии эффекта амплитудной модуляции уровня объемного кровенаполнения ткани, причем для разных оптических свойств среды распространения излучения.

### Список литературы.

1. *Rajan V., Varghese B., Leeuwen T.G., Steenbergen W.* Review of methodological developments in laser Doppler flowmetry // *Lasers Med Sci.* 2009. V.24. P. 269–283.
2. *Edwards R.V., Angus J.C., French M.J., Dunning Jr. J.W.* Spectral analysis of the signal from the laser doppler flowmeter: Time-independent systems // *Journal of Applied Physics.* 1971. V.42. № 2. P. 837–850.
3. *Bonner R.F., Nossal R.* Model for laser Doppler measurements of blood flow in tissue // *Appl. Opt.* 1981. V.20. P. 2097–2107.
4. *Sianoudis I., Drakaki E.* Non invasive and real time analysis of skin pigmentation and cutaneous hemoglobin oxygenation: An experimental and theoretical approach // *e-Journal of Science & Technology (e-JST) of TEI Athens.* 2008. V.3. № 1. P. 1–9.
5. *Stromberg T., Karlsson H., Fredriksson I., Nystrom F.H., Larsson M.* Microcirculation assessment using an individualized model for diffuse reflectance spectroscopy and conventional laser Doppler flowmetry // *Journal of Biomedical Optics.* 2014. V.19. № 5. P. 057002-1–057002-6.
6. *Rajan V., Varghese B., Van Leeuwen T.G., Steenbergen W.* Effect of speckles on the depth sensitivity of laser Doppler perfusion imaging // *Optics express.* 2007. V.15. №17. P. 10911-10919.
7. *Dunaev A.V., Zhrebtsov E.A., Rogatkin D.A., Stewart N.A., Sokolovski E.U.* Substantiation of medical and technical requirements for noninvasive spectrophotometric diagnostic devices // *Journal of Biomedical Optics.* 2013. V.18. №10. P. 107009-1–107009-9.
8. *Lapitan D.G., Rogatkin D.A.* Evaluation of the Doppler component contribution in the total backscattered flux for noninvasive medical spectroscopy // *Proc. of SPIE.* 2014. V.9129. P. 91292X-1–91292X-8.

9. *Ланитан Д.Г., Рогаткин Д.А.* Переменное кровенаполнение биоткани как источник шума во входном оптическом сигнале медицинского лазерного доплеровского флоуметра // Оптический журнал. 2016. Т.83. №1. С. 41-46.
10. *Dunaev A.V., Sidorov V.V., Krupatkin A.I., Rafailov I.E. / Palmer S.G., Sokolovski S.G., Rafailov E.U.* The study of synchronization of rhythms of microvascular blood flow and oxygen saturation during adaptive changes // SPIE BiOS. – International Society for Optics and Photonics. 2014. P. 89350A-89350A-9.
11. *Binzoni T., Leung T.S., Van De Ville D.* The photo-electric current in laser-Doppler flowmetry by Monte Carlo simulations // Phys. Med. Biol. 2009. V.54. P. 303–318.
12. *Binzoni T., Leung T.S., Seghier M.L., Delpy D.T.* Translational and Brownian motion in laser-Doppler flowmetry of large tissue volumes // Phys. Med. Biol. 2004. V.49. P. 5445–5458.
13. *Рогаткин Д.А.* Физические основы оптической оксиметрии // Медицинская физика. 2012. №2. С. 97–114.
14. *Александров Е.Б., Голубев Ю.М., Ломакин А.В., Носкин В.А.* Спектроскопия флуктуаций интенсивности оптических полей с негауссовой статистикой // Успехи физических наук. 1983. Т.140. №4. С. 547-582.
15. *Рогаткин Д.А.* Об особенности в определении оптических свойств мутных биологических тканей и сред в расчетных задачах медицинской неинвазивной спектрофотометрии // Медицинская техника. 2007. №2. С. 10–16.
16. *Dmitriev M.A., Feducova M.V., Rogatkin D.A.* On one simple backscattering task of the general light scattering theory // Proc. SPIE. 2004. V.5475. P. 115–122.
17. *Nilsson G.E., Tenland T., Oberg P.A.* A new instrument for continuous measurement of tissue blood flow by light beating spectroscopy // Biomedical Engineering, IEEE Transactions on. 1980. V.27. №1. P. 12–19.
18. *Cummins H.Z., Swinney H.L.* III Light Beating Spectroscopy // Progress in Optics 8 (C). 1970. P. 133–200.
19. *Zhong J., Nilsson G.* On generalized photocurrent spectral moments and the recovery of speed distribution in laser Doppler flowmetry // Biomedical Engineering, IEEE Transactions on. 1993. V.40. №6. P. 595–597.
20. *Bi R., Dong J., Poh C.L., Lee K.* Optical methods for blood perfusion measurement –theoretical comparison among four different modalities // JOSA A. 2015. V.32. №5. P. 860–866.
21. *Nilsson G.E., Tenland T., Oberg P.A.* Evaluation of a laser Doppler flowmeter for measurement of tissue blood flow // Biomedical Engineering, IEEE Transactions on. 1980. V.27. №10. P. 597-604.
22. *Fredriksson I., Fors C., Johansson J.* Laser Doppler Flowmetry – a Theoretical Framework. Department of Biomedical Engineering, Linköping University (SWE). Linköping: 2007. 22 p.
23. *Saidi I.S.* Transcutaneous optical measurement of hyperbilirubinemia in neonates // Doctor of Philosophy dissertation. Houston: Rice University. 1992. 234 p.
24. *Koelink M.H., De Mul F.F.M., Leerkotte B., Greve J. / Jentink H.W., Graaff R., Dassel A.C.M., Aarnoudse J.G.* Signal processing for a laser-Doppler blood perfusion meter // Signal processing. 1994. V.38. №2. P. 239-252.
25. *Рогаткин Д.А., Ланитан Д.Г., Колбас Ю.Ю., Шумский В.И.* Индивидуальная вариабельность параметров микроциркуляции крови и проблемы функциональной диагностики системы микроциркуляции // Функциональная диагностика. 2012. №4. С.24-29.
26. *Дунаев А.В., Новикова И.Н., Жеребцова А.И., Крупаткин А.И. / Соколовский С.Г., Рафаилов Э.У.* Анализ физиологического разброса параметров микроциркуляторно-тканевых систем // Биотехносфера. 2013. №5 (29). С. 44-53.